

# BCM0505-22 – Processamento da Informação

## Matrizes - Parte 1

Maycon Sambinelli

m.sambinelli@ufabc.edu.br

<http://professor.ufabc.edu.br/~m.sambinelli/>

# Outline

Introdução

Operações Elementares

Exemplos

Exercícios

# Introdução

# Objetivo Didático

Aprender a manipular matrizes:

- criar uma matriz  $p \times q$ ;
- acessar uma entrada da matriz;
- alterar uma entrada da matriz;
- carregar uma matriz a partir dos dados fornecidos pelo usuário;
- imprimir o conteúdo de uma matriz.

# Matriz

Uma **matriz** é uma estrutura matemática que organiza elementos (geralmente números) em forma de tabela, com linhas e colunas.

$$\begin{bmatrix} 10 & 9 & -2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 0 & -1 & 7 \end{bmatrix}$$

# Matriz em Python

Em Python, e na maioria das linguagens de programação, representamos uma matriz como um **vetor de vetores**.

$$M = \begin{bmatrix} 10 & 9 & -2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 0 & -1 & 7 \end{bmatrix}$$

```
1 M = [[10, 9, -2, 3],  
2     [4, 5, 6, 7],  
3     [2, 0, -1, 7]]
```

# Matriz em Python

Em Python, e na maioria das linguagens de programação, representamos uma matriz como um **vetor de vetores**.

$$M = \begin{bmatrix} 10 & 9 & -2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 0 & -1 & 7 \end{bmatrix}$$

```
1 M = [[10, 9, -2, 3],  
2     [4, 5, 6, 7],  
3     [2, 0, -1, 7]]
```

Note que:

```
1 print(type(M))           # => <class 'list'>  
2 print(type(M[1]))       # => <class 'list'>  
3 print(M[1])             # => [4, 5, 6, 7]
```

# Acessando uma entrada da Matriz

Dada uma “matriz do Python”  $M$ , podemos acessar a entrada da linha  $i$  e coluna  $j$  escrevendo  $M[i][j]$ .

- No restante da apresentação, diremos simplesmente que  $M$  é uma matriz ao invés de “Matriz do Python”.

$$M = \begin{bmatrix} 10 & 9 & -2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 0 & -1 & 7 \end{bmatrix}$$

```
1 M = [[10, 9, -2, 3],  
2     [4, 5, 6, 7],  
3     [2, 0, -1, 7]]
```

# Acessando uma entrada da Matriz

Dada uma “matriz do Python”  $M$ , podemos acessar a entrada da linha  $i$  e coluna  $j$  escrevendo  $M[i][j]$ .

- No restante da apresentação, diremos simplesmente que  $M$  é uma matriz ao invés de “Matriz do Python”.

$$M = \begin{bmatrix} 10 & 9 & -2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 0 & -1 & 7 \end{bmatrix}$$

```
1 M = [[10, 9, -2, 3],  
2     [4, 5, 6, 7],  
3     [2, 0, -1, 7]]
```

- $M[0][1] \rightarrow 9$

# Acessando uma entrada da Matriz

Dada uma “matriz do Python”  $M$ , podemos acessar a entrada da linha  $i$  e coluna  $j$  escrevendo  $M[i][j]$ .

- No restante da apresentação, diremos simplesmente que  $M$  é uma matriz ao invés de “Matriz do Python”.

$$M = \begin{bmatrix} 10 & 9 & -2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 0 & -1 & 7 \end{bmatrix}$$

```
1 M = [[10, 9, -2, 3],  
2     [4, 5, 6, 7],  
3     [2, 0, -1, 7]]
```

- $M[0][1] \rightarrow 9$
- $M[2][3] \rightarrow 7$

# Acessando uma entrada da Matriz

Dada uma “matriz do Python” **M**, podemos acessar a entrada da linha **i** e coluna **j** escrevendo **M[i][j]**.

- No restante da apresentação, diremos simplesmente que **M** é uma matriz ao invés de “Matriz do Python”.

$$M = \begin{bmatrix} 10 & 9 & -2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 0 & -1 & 7 \end{bmatrix}$$

```
1 M = [[10, 9, -2, 3],
2     [4, 5, 6, 7],
3     [2, 0, -1, 7]]
```

- **M[0][1]** -> 9
- **M[2][3]** -> 7
- **M[1][2]** -> 6

# Modificando entradas da Matriz

Podemos modificar uma entrada de uma matriz fazendo uma atribuição de um novo valor àquela entrada.

- $M[0][1] = 15$

$$M = \begin{bmatrix} 10 & 9 & -2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 0 & -1 & 7 \end{bmatrix}$$

# Modificando entradas da Matriz

Podemos modificar uma entrada de uma matriz fazendo uma atribuição de um novo valor àquela entrada.

$$M = \begin{bmatrix} 10 & 15 & -2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 0 & -1 & 7 \end{bmatrix}$$

- $M[0][1] = 15$
- $M[2][3] = -2$

# Modificando entradas da Matriz

Podemos modificar uma entrada de uma matriz fazendo uma atribuição de um novo valor àquela entrada.

$$M = \begin{bmatrix} 10 & 15 & -2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 0 & -1 & -2 \end{bmatrix}$$

- $M[0][1] = 15$
- $M[2][3] = -2$
- $M[1][2] = M[0][1] + 2 * M[2][0]$

# Modificando entradas da Matriz

Podemos modificar uma entrada de uma matriz fazendo uma atribuição de um novo valor àquela entrada.

$$M = \begin{bmatrix} 10 & 15 & -2 & 3 \\ 4 & 5 & 19 & 7 \\ 2 & 0 & -1 & -2 \end{bmatrix}$$

- $M[0][1] = 15$
- $M[2][3] = -2$
- $M[1][2] = M[0][1] + 2 * M[2][0]$

# Operações Elementares

# Operações elementares

- Nesse ponto vimos toda a sintaxe básica para manipulação de matrizes em Python
  - Você já conhece toda a sintaxe para construir qualquer aplicação envolvendo matrizes
- Nessa seção, vamos criar alguns funções que realizam operações elementares com matrizes para exercitar o que aprendemos

## Criando uma matriz $p \times q$ inicializada com 0

Cria uma matriz de dimensão  $p \times q$  cujas entradas então todas inicializadas com zero.

## Criando uma matriz $p \times q$ inicializada com 0

Cria uma matriz de dimensão  $p \times q$  cujas entradas então todas inicializadas com zero.

```
1 def cria_matriz_nula(nlin, ncol):
2     assert(nlin >= 1)
3     assert(ncol >= 1)
4
5     M = []
6     for i in range(nlin):
7         linha = []
8         for j in range(ncol):
9             linha.append(0)
10        M.append(linha)
11    return M
```

# Criando uma matriz $p \times q$ inicializada com 0

Uma versão um pouco mais compacta

```
1 def cria_matriz_nula(nlin, ncol):
2     assert(nlin >= 1)
3     assert(ncol >= 1)
4
5     M = []
6     for i in range(nlin):
7         linha = [0] * ncol
8         M.append(linha)
9     return M
```

# Imprime uma matriz M

Imprime uma matriz

# Imprime uma matriz M

Imprime uma matriz

```
1 def imprime_matriz(M):  
2  
3     for lin in range(len(M)):  
4         for col in range(len(M[lin])):  
5             print(f"{M[lin][col]}\t", end="")  
6         print()
```

## Lendo uma matriz da entrada padrão

- Geralmente uma matriz possui muitas entradas

## Lendo uma matriz da entrada padrão

- Geralmente uma matriz possui muitas entradas
  - uma matriz  $3 \times 4$  possui 12 entradas

## Lendo uma matriz da entrada padrão

- Geralmente uma matriz possui muitas entradas
  - uma matriz  $3 \times 4$  possui 12 entradas
  - uma matriz  $4 \times 5$  possui 20 entradas

# Lendo uma matriz da entrada padrão

- Geralmente uma matriz possui muitas entradas
  - uma matriz  $3 \times 4$  possui 12 entradas
  - uma matriz  $4 \times 5$  possui 20 entradas
  - uma matriz  $100 \times 500$  possui 50000 entradas

## Lendo uma matriz da entrada padrão

- Geralmente uma matriz possui muitas entradas
  - uma matriz  $3 \times 4$  possui 12 entradas
  - uma matriz  $4 \times 5$  possui 20 entradas
  - uma matriz  $100 \times 500$  possui 50000 entradas
- Pedir o valor de uma entrada por vez ao usuário torna o trabalho de entrada suscetível a erros

# Lendo uma matriz da entrada padrão

- Geralmente uma matriz possui muitas entradas
  - uma matriz  $3 \times 4$  possui 12 entradas
  - uma matriz  $4 \times 5$  possui 20 entradas
  - uma matriz  $100 \times 500$  possui 50000 entradas
- Pedir o valor de uma entrada por vez ao usuário torna o trabalho de entrada suscetível a erros
  - O mais prático é entrar com todos os valores de uma linha da matriz em uma linha da entrada padrão, separados por espaço

# Lendo uma matriz da entrada padrão

- Geralmente uma matriz possui muitas entradas
  - uma matriz  $3 \times 4$  possui 12 entradas
  - uma matriz  $4 \times 5$  possui 20 entradas
  - uma matriz  $100 \times 500$  possui 50000 entradas
- Pedir o valor de uma entrada por vez ao usuário torna o trabalho de entrada suscetível a erros
  - O mais prático é entrar com todos os valores de uma linha da matriz em uma linha da entrada padrão, separados por espaço
- Em vez de digitar os dados a cada execução do programa, recomenda-se utilizar o redirecionamento de entrada.

# Lendo uma matriz da entrada padrão

- Geralmente uma matriz possui muitas entradas
  - uma matriz  $3 \times 4$  possui 12 entradas
  - uma matriz  $4 \times 5$  possui 20 entradas
  - uma matriz  $100 \times 500$  possui 50000 entradas
- Pedir o valor de uma entrada por vez ao usuário torna o trabalho de entrada suscetível a erros
  - O mais prático é entrar com todos os valores de uma linha da matriz em uma linha da entrada padrão, separados por espaço
- Em vez de digitar os dados a cada execução do programa, recomenda-se utilizar o redirecionamento de entrada.

# Lendo uma matriz da entrada padrão

- Geralmente uma matriz possui muitas entradas
  - uma matriz  $3 \times 4$  possui 12 entradas
  - uma matriz  $4 \times 5$  possui 20 entradas
  - uma matriz  $100 \times 500$  possui 50000 entradas
- Pedir o valor de uma entrada por vez ao usuário torna o trabalho de entrada suscetível a erros
  - O mais prático é entrar com todos os valores de uma linha da matriz em uma linha da entrada padrão, separados por espaço
- Em vez de digitar os dados a cada execução do programa, recomenda-se utilizar o redirecionamento de entrada.

```
python meu_programa.py < dados_matriz_grande.txt
```

## Lendo vários valores de uma só vez (em Python)

- `input()` devolve uma *string* (`str`) com tudo o que o usuário digitou até o caractere `<Enter>` (`\n`)

## Lendo vários valores de uma só vez (em Python)

- `input()` devolve uma *string* (`str`) com tudo o que o usuário digitou até o caractere `<Enter>` (`\n`)
- O tipo `str` tem o método `.split(c)`, que “fatia” a string nas ocorrências do caractere `c`, devolvendo um vetor com os pedaços

# Lendo vários valores de uma só vez (em Python)

- `input()` devolve uma *string* (`str`) com tudo o que o usuário digitou até o caractere `<Enter>` (`\n`)
- O tipo `str` tem o método `.split(c)`, que “fatia” a string nas ocorrências do caractere `c`, devolvendo um vetor com os pedaços
  - o parâmetro `c` pode ser omitido. Neste caso, o caractere `' '` (espaço) é utilizado para fatiar a string

# Lendo vários valores de uma só vez (em Python)

- `input()` devolve uma *string* (`str`) com tudo o que o usuário digitou até o caractere `<Enter>` (`\n`)
- O tipo `str` tem o método `.split(c)`, que “fatia” a string nas ocorrências do caractere `c`, devolvendo um vetor com os pedaços
  - o parâmetro `c` pode ser omitido. Neste caso, o caractere `' '` (espaço) é utilizado para fatiar a string

# Lendo vários valores de uma só vez (em Python)

- `input()` devolve uma *string* (`str`) com tudo o que o usuário digitou até o caractere `<Enter>` (`\n`)
- O tipo `str` tem o método `.split(c)`, que “fatia” a string nas ocorrências do caractere `c`, devolvendo um vetor com os pedaços
  - o parâmetro `c` pode ser omitido. Neste caso, o caractere `' '` (espaço) é utilizado para fatiar a string

```
1 "uva;banana;pera".split(";") # => ['uva', 'banana', 'pera']
2 "10 12 5 -3".split()         # => ['10', '12', '5', '-3']
```

# Lendo vários valores de uma só vez (em Python)

- `input()` devolve uma *string* (`str`) com tudo o que o usuário digitou até o caractere `<Enter>` (`\n`)
- O tipo `str` tem o método `.split(c)`, que “fatia” a string nas ocorrências do caractere `c`, devolvendo um vetor com os pedaços
  - o parâmetro `c` pode ser omitido. Neste caso, o caractere `' '` (espaço) é utilizado para fatiar a string

```
1 "uva;banana;pera".split(";") # => ['uva', 'banana', 'pera']
2 "10 12 5 -3".split()        # => ['10', '12', '5', '-3']
```

**IMPORTANTE:** Note que o método `.split` devolve um vetor de `str`!

- Se você espera um vetor de números, é necessário convertê-los!

## Lendo vários valores de uma só vez (em Python) - II

- Para ler vários números separados por espaço de uma só vez, precisamos usar o método **split** e **converter** o resultado para um vetor de inteiros

```
1 entrada = input()
2 entrada_fatiada = entrada.split()
3 entrada_fatiada_convertida = []
4 for elem in entrada_fatiada:
5     entrada_fatiada_convertida.append(int(elem)) # ou float(elem)
```

## Lendo vários valores de uma só vez (em Python) - II

- Para ler vários números separados por espaço de uma só vez, precisamos usar o método `split` e converter o resultado para um vetor de inteiros

```
1 entrada = input()
2 entrada_fatiada = entrada.split()
3 entrada_fatiada_convertida = []
4 for elem in entrada_fatiada:
5     entrada_fatiada_convertida.append(int(elem)) # ou float(elem)
```

- Ou melhor:

```
1 entrada_fatiada = input().split() # avaliado da esq. p/ dir.
2 entrada_fatiada_convertida = []
3 for elem in entrada_fatiada:
4     entrada_fatiada_convertida.append(int(elem)) # ou float(elem)
```

## Lendo vários valores de uma só vez (em Python) - II

- Para ler vários números separados por espaço de uma só vez, precisamos usar o método **split** e **converter** o resultado para um vetor de inteiros

```
1 entrada = input()
2 entrada_fatiada = entrada.split()
3 entrada_fatiada_convertida = []
4 for elem in entrada_fatiada:
5     entrada_fatiada_convertida.append(int(elem)) # ou float(elem)
```

- Ou melhor:

```
1 entrada_fatiada = input().split() # avaliado da esq. p/ dir.
2 entrada_fatiada_convertida = []
3 for elem in entrada_fatiada:
4     entrada_fatiada_convertida.append(int(elem)) # ou float(elem)
```

- Ou melhor ainda....

## Lendo vários valores de uma só vez (em Python) - III

A função `map(fun, vet)` recebe dois parâmetros:

## Lendo vários valores de uma só vez (em Python) - III

A função `map(fun, vet)` recebe dois parâmetros:

- `fun` é uma função

# Lendo vários valores de uma só vez (em Python) - III

A função `map(fun, vet)` recebe dois parâmetros:

- `fun` é uma função
- Função também é um tipo de dado (`function`) e podemos passá-las como parâmetros!

# Lendo vários valores de uma só vez (em Python) - III

A função `map(fun, vet)` recebe dois parâmetros:

- `fun` é uma função
- Função também é um tipo de dado (`function`) e podemos passá-las como parâmetros!
  - Isso torna a programação bem mais versátil e genérica

# Lendo vários valores de uma só vez (em Python) - III

A função `map(fun, vet)` recebe dois parâmetros:

- `fun` é uma função
- Função também é um tipo de dado (`function`) e podemos passá-las como parâmetros!
  - Isso torna a programação bem mais versátil e genérica
  - Além do escopo do curso de PI

# Lendo vários valores de uma só vez (em Python) - III

A função `map(fun, vet)` recebe dois parâmetros:

- `fun` é uma função
- Função também é um tipo de dado (`function`) e podemos passá-las como parâmetros!
  - Isso torna a programação bem mais versátil e genérica
  - Além do escopo do curso de PI
- `vet` é um vetor (`list`)

# Lendo vários valores de uma só vez (em Python) - III

A função `map(fun, vet)` recebe dois parâmetros:

- `fun` é uma função
- Função também é um tipo de dado (`function`) e podemos passá-las como parâmetros!
  - Isso torna a programação bem mais versátil e genérica
  - Além do escopo do curso de PI
- `vet` é um vetor (`list`)

# Lendo vários valores de uma só vez (em Python) - III

A função `map(fun, vet)` recebe dois parâmetros:

- `fun` é uma função
- Função também é um tipo de dado (`function`) e podemos passá-las como parâmetros!
  - Isso torna a programação bem mais versátil e genérica
  - Além do escopo do curso de PI
- `vet` é um vetor (`list`)

A função `map` devolve um vetor construído pela aplicação de `fun` a cada elemento de `vet`

- Na verdade, `map` devolve um iterador, por isso sempre escreveremos `list( e )` ao redor de `map`

## Lendo vários valores de uma só vez (em Python) - III

A função `map(fun, vet)` recebe dois parâmetros:

- `fun` é uma função
- Função também é um tipo de dado (`function`) e podemos passá-las como parâmetros!
  - Isso torna a programação bem mais versátil e genérica
  - Além do escopo do curso de PI
- `vet` é um vetor (`list`)

A função `map` devolve um vetor construído pela aplicação de `fun` a cada elemento de `vet`

- Na verdade, `map` devolve um iterador, por isso sempre escreveremos `list( e )` ao redor de `map`

```
1 vet = ["10", "25", "3", "-15", "8"]
2 list(map(int, vet)) # => [10, 25, 3, -15, 8]
```

## Lendo vários valores de uma só vez - III

Se quisermos ler múltiplos inteiros inseridos em uma só linha, separados por espaços, podemos usar a combinação de `input`, `split` e `map` da seguinte maneira:

```
1 entrada = map(int, input().split())
```

- Se o usuário digitou `10 12 5 -15 3<Enter>`, então o conteúdo da variável `entrada` será `[10, 12, 5, -15, 3]`
  - Todas as entradas serão do tipo `int`

## Lendo vários valores de uma só vez - III

Se quisermos ler múltiplos inteiros inseridos em uma só linha, separados por espaços, podemos usar a combinação de `input`, `split` e `map` da seguinte maneira:

```
1 entrada = map(int, input().split())
```

- Se o usuário digitou `10 12 5 -15 3<Enter>`, então o conteúdo da variável `entrada` será `[10, 12, 5, -15, 3]`
  - Todas as entradas serão do tipo `int`

Voltando ao problema original de ler uma matriz...

## Lendo uma matriz

Crie a função `le_matriz(nlin, ncol)` que cria uma matriz com `nlin` linhas e `ncol` colunas preenchida de inteiros fornecidos pelo usuário. Os dados serão inseridos pelo usuário linha por linha, com os valores separados por espaços.

## Lendo uma matriz

Crie a função `le_matriz(nlin, ncol)` que cria uma matriz com `nlin` linhas e `ncol` colunas preenchida de inteiros fornecidos pelo usuário. Os dados serão inseridos pelo usuário linha por linha, com os valores separados por espaços.

```
1 def le_matriz(nlin, ncol):
2     M = []
3     for i in range(nlin):
4         M.append(list(map(int, input().split())))
5     return M
6
7 p, q = list(map(int, input().split()))
8 M = le_matriz(p, q)
```

## Lendo uma matriz

```
1 def le_matriz(nlin, ncol):
2     M = []
3     for i in range(nlin):
4         M.append(list(map(int, input().split())))
5     return M
6
7 p, q = list(map(int, input().split()))
8 M = le_matriz(p, q)
```

Na penúltima linha podemos ver um açúcar sintático do Python:

- Faz sentido assumir que antes de fornecer os dados da matriz o usuário digitará os valores de **p** e **q**

# Lendo uma matriz

```
1 def le_matriz(nlin, ncol):
2     M = []
3     for i in range(nlin):
4         M.append(list(map(int, input().split())))
5     return M
6
7 p, q = list(map(int, input().split()))
8 M = le_matriz(p, q)
```

Na penúltima linha podemos ver um açúcar sintático do Python:

- Faz sentido assumir que antes de fornecer os dados da matriz o usuário digitará os valores de **p** e **q**
- É conveniente que ele digite os dois valores na mesma linha tbm. Digamos que o usuário digitou **3 4<Enter>**

# Lendo uma matriz

```
1 def le_matriz(nlin, ncol):
2     M = []
3     for i in range(nlin):
4         M.append(list(map(int, input().split())))
5     return M
6
7 p, q = list(map(int, input().split()))
8 M = le_matriz(p, q)
```

Na penúltima linha podemos ver um açúcar sintático do Python:

- Faz sentido assumir que antes de fornecer os dados da matriz o usuário digitará os valores de **p** e **q**
- É conveniente que ele digite os dois valores na mesma linha tbm. Digamos que o usuário digitou **3 4<Enter>**
- O lado direito da penúltima linha avalia para **[3,4]**

# Lendo uma matriz

```
1 def le_matriz(nlin, ncol):
2     M = []
3     for i in range(nlin):
4         M.append(list(map(int, input().split())))
5     return M
6
7 p, q = list(map(int, input().split()))
8 M = le_matriz(p, q)
```

Na penúltima linha podemos ver um açúcar sintático do Python:

- Faz sentido assumir que antes de fornecer os dados da matriz o usuário digitará os valores de **p** e **q**
- É conveniente que ele digite os dois valores na mesma linha tbm. Digamos que o usuário digitou **3 4<Enter>**
- O lado direito da penúltima linha avalia para **[3,4]**
- Ao fornecer dois valores do lado esquerdo do operador de atribuição, estamos atribuindo **3** à **p** e **4** à **q**.

## Lendo uma matriz de forma avançada

```
1 def le_matriz(lin, col, func_conv):
2     M = []
3     for i in range(lin):
4         M.append(list(map(func_conv, input().split())))
5     return M
6
7 p, q = list(map(int, input().split()))
8 M = le_matriz(p, q, int) # le_matriz(p, q, float)
```

Na função acima, passamos a função de conversão como parâmetro. Essa nova função `le_matriz` é capaz de ler matrizes de `int`, `float`, `str` e etc.

- Basta o usuário fornecer a função de conversão que ele deseja aplicar aos dados.

# Matrizes como Parâmetros

- Como vimos anteriormente, uma matriz em Python é um vetor cujas entradas são outros vetores

# Matrizes como Parâmetros

- Como vimos anteriormente, uma matriz em Python é um vetor cujas entradas são outros vetores
- Já vimos ao longo do curso que modificações realizadas em entradas de um vetor passado como parâmetro de um função são visíveis fora da função

# Matrizes como Parâmetros

- Como vimos anteriormente, uma matriz em Python é um vetor cujas entradas são outros vetores
- Já vimos ao longo do curso que modificações realizadas em entradas de um vetor passado como parâmetro de um função são visíveis fora da função
  - Como uma “matriz de Python” é na realidade um vetor, temos que o comportamento é o mesmo

# Matrizes como Parâmetros

- Como vimos anteriormente, uma matriz em Python é um vetor cujas entradas são outros vetores
- Já vimos ao longo do curso que modificações realizadas em entradas de um vetor passado como parâmetro de um função são visíveis fora da função
  - Como uma “matriz de Python” é na realidade um vetor, temos que o comportamento é o mesmo
  - Usaremos esse fato no próximo exemplo

# Matrizes como Parâmetros

O código abaixo cria uma função que preenche todas as entradas de uma dada matriz **M** com o valor **k**

```
1 def preenche_matriz(M, k):
2     for i in range(len(M)):
3         for j in range(len(M[i])):
4             M[i][j] = k
5
```

Veja um uso:

```
1 M = cria_matriz_nula(4, 4)
2 preenche_matriz(M, 1) # preenchamos com 1's
3 imprime_matriz(M)
```

# Matrizes como Parâmetros

O código abaixo cria uma função que preenche todas as entradas de uma dada matriz **M** com o valor **k**

```
1 def preenche_matriz(M, k):
2     for i in range(len(M)):
3         for j in range(len(M[i])):
4             M[i][j] = k
5
```

Veja um uso:

```
1 M = cria_matriz_nula(4, 4)
2 preenche_matriz(M, 1) # preenchamos com 1's
3 imprime_matriz(M)
```

**Receita de bolo:** uma função consegue modificar as entradas de uma matriz passada por parâmetro

# Exemplos

# Exemplos

- Na seção anterior, cobrimos o básico da sintaxe de matriz e vimos alguns exemplos triviais
  - Na verdade, não houve nenhuma sintaxe nova, já que matrizes são vetores
- Agora vamos ver alguns exemplos menos triviais

## Soma de Duas Matrizes

Crie um programa que leia duas matrizes de mesma dimensão e imprima a matriz resultante da soma dessas.

# Soma de Duas Matrizes

Crie um programa que leia duas matrizes de mesma dimensão e imprima a matriz resultante da soma dessas.

```
1 def soma_matriz(M, N):
2     assert(len(M) == len(N))
3     assert(len(M[0]) == len(N[0]))
4
5     Q = cria_matriz_nula(len(M), len(M[0]))
6     for lin in range(len(M)):
7         for col in range(len(M[lin])):
8             Q[lin][col] = M[lin][col] + N[lin][col]
9     return Q
```

# Soma de Duas Matrizes

Crie um programa que leia duas matrizes de mesma dimensão e imprima a matriz resultante da soma dessas.

```
1 def soma_matriz(M, N):
2     assert(len(M) == len(N))
3     assert(len(M[0]) == len(N[0]))
4
5     Q = cria_matriz_nula(len(M), len(M[0]))
6     for lin in range(len(M)):
7         for col in range(len(M[lin])):
8             Q[lin][col] = M[lin][col] + N[lin][col]
9     return Q
```

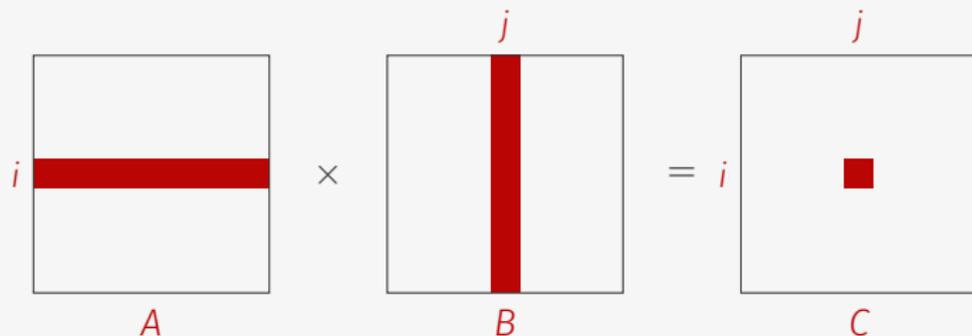
O restante do programa...

```
1 p, q = list(map(int, input().split()))
2 M = le_matriz(p, q, int)
3 N = le_matriz(p, q, int)
4 Q = soma_matriz(M, N)
5 imprime_matriz(Q)
```

# Multiplicação de Matrizes Quadradas

Dadas duas matrizes  $A$  e  $B$  em  $\mathbb{R}^{n \times n}$ , calcular  $C = A \times B$

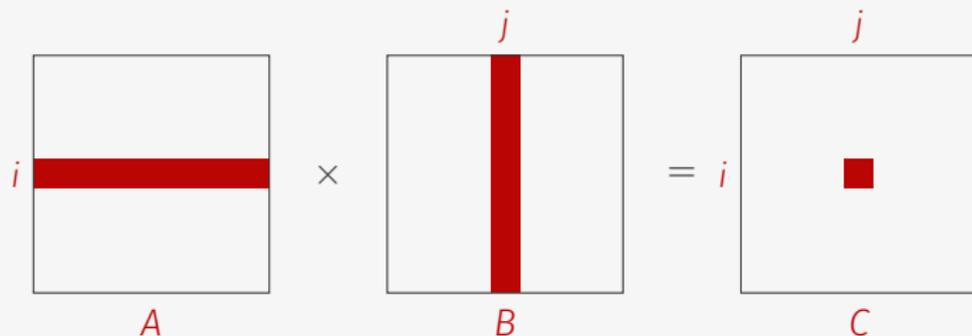
Relembrando...



# Multiplicação de Matrizes Quadradas

Dadas duas matrizes  $A$  e  $B$  em  $\mathbb{R}^{n \times n}$ , calcular  $C = A \times B$

Relembrando...



$C_{ij}$  é o produto escalar da linha  $i$  de  $A$  com a coluna  $j$  de  $B$

$$C_{ij} = \sum_{k=1}^n A_{ik} B_{kj}$$

# Python: Multiplicação de Matrizes

Dadas duas matrizes  $A$  e  $B$  em  $\mathbb{R}^{n \times n}$ , calcular  $C = A \times B$

# Python: Multiplicação de Matrizes

Dadas duas matrizes  $A$  e  $B$  em  $\mathbb{R}^{n \times n}$ , calcular  $C = A \times B$

```
1 def matriz_produto(A, B):
2     n = len(A)
3     C = cria_matriz_nula(n, n)
4     for i in range(n):
5         for j in range(n):
6             for k in range(n):
7                 C[i][j] += A[i][k] + B[k][j]
8     return C
```

## Verificar se uma dada matriz é simétrica

Escreva a função `matriz_eh_simetrica(M)` que devolve `True` se `M` é uma matriz simétrica e `False`, caso contrário.

# Verificar se uma dada matriz é simétrica

Escreva a função `matriz_eh_simetrica(M)` que devolve `True` se `M` é uma matriz simétrica e `False`, caso contrário.

```
1 def matriz_eh_simetrica(M):
2     assert(len(M) == len(M[0]))
3
4     for i in range(len(M)):
5         for j in range(i + 1, len(M)):
6             if M[i][j] != M[j][i]:
7                 return False
8     return True
```

# Exercícios

## Criação de quaisquer matrizes

Faça uma variação da `cria_matriz_nula(p, q)`, criando uma função que recebe um parâmetro adicional `k`. Esse novo parâmetro deverá ser utilizado para inicializar as entradas da matriz criada.

# Multiplicação de quaisquer matrizes

Dadas uma matriz  $A$  em  $\mathbb{R}^{n \times m}$  e uma matriz  $B$  em  $\mathbb{R}^{m \times p}$ , calcular  $C = A \times B$ .

Continua valendo que  $C_{ij}$  é o produto escalar da linha  $i$  de  $A$  com a coluna  $j$  de  $B$

$$C_{ij} = \sum_{k=1}^m A_{ik} B_{kj}$$

# Soma da Diagonal Principal

Escreva um programa que receba uma matriz quadrada e calcule a soma dos elementos da diagonal principal.

A *diagonal principal* de uma matriz é formada pelos elementos que vão do canto superior esquerdo ao canto inferior direito da matriz.

# Soma da Diagonal Secundária

Escreva um programa que receba uma matriz quadrada e calcule a soma dos elementos da diagonal secundária.

A *diagonal secundária* é formada pelos elementos que vão do canto superior direito ao canto inferior esquerdo da matriz.

# Preencher uma Matriz em Espiral

Escreva um programa que leia um número inteiro positivo  $n$  e preencha uma matriz quadrada de tamanho  $n \times n$  com os números de 1 até  $n^2$  em ordem crescente, seguindo o formato espiral, no sentido horário, começando do canto superior esquerdo.

Assim, se  $n = 3$ , o resultado deve ser

```
1  1  2  3
2  8  9  4
3  7  6  5
```

E se  $n = 4$ , o resultado deve ser

```
1  1  2  3  4
2 12 13 14  5
3 11 16 15  6
4 10  9  8  7
```

# Detectar pessoas famosas

Em um conjunto de  $n$  pessoas, nomeadas de 0 a  $n - 1$ , sabemos quem conhece quem.

Essa informação é dada por meio de uma matriz de conhecimento `conhece`,  $n \times n$ , em que `conhece[i][j]` é igual a `1` se a pessoa `i` conhece a pessoa `j`, e `0` caso contrário.

Faça um programa que identifique se existe alguma pessoa famosa no grupo. Uma pessoa famosa é aquela que é conhecida por todos os outros e não conhece ninguém.